

***IL RISCHIO:
Misura e Controllo.***

***Prof. Giorgio Szegö
Università di Macerata
8 aprile 2003***

IL RISCHIO E'

- Oggettivo, oppure
- soggettivo?
- E' connesso ad una scelta, oppure
- inevitabile?

CARATTERISTICHE DEL RISCHIO

- Incertezza oppure perdita attesa?
- Prevedibile, oppure non prevedibile?
- Diversificabile o comunque controllabile?
- Eventi estremi interdipendenti.

LE DIVERSE OTTICHE

- Tipo d'impatto
- Tipologia
- Fonti di rischio

IMPATTI

- Circoscritti
- **Sistemici** per impatti generalizzati
- **Sistemici** per contagio

TIPOLOGIE DI RISCHIO

I rischi associati a scelte finanziarie si possono classificare in tre diverse categorie:

- Rischio di mercato
- Rischio di controparte
- Rischio operativo

La distinzione spesso non è netta

RISCHIO DI MERCATO

E' il rischio che variazioni di prezzi e tassi di mercato influenzino il valore di attività.

Le variazioni di valore sono spesso misurate non in modo assoluto, ma rispetto a un “*benchmark*”.

Il rischio di mercato interessa tutte le attività negoziate (titoli, crediti, ecc.) e quelle non negoziate nel caso di variazioni di valore dovute a fattori esogeni (tassi, ecc.)

RISCHIO DI CREDITO

E' il rischio di **controparte**, ossia il rischio associato alla “capacità e disponibilità di un prenditore di rispettare gli impegni assunti”.

Questo rischio dipende pertanto oltre che da fattori singoli, dall'influenza dei fattori di mercato sulla controparte (rischio sistemico).

Il rischio di controparte non riguarda solo i crediti, ma ogni altro impegno finanziario : obbligazioni, garanzie collaterali, swap, contratti forward e opzioni.

RISCHIO OPERATIVO

E' il rischio associato a eventi di natura non tipicamente finanziaria:

- Interruzioni dei sistemi informatici;
- Rischio legale e normativo;
- Rischio di errori umani;
- Furti e frodi.

ERRORI E COMPORTAMENTI FRAUDOLENTI CHE HANNO CONSEGUENZE SULLA CONCESSIONE DI CREDITO O SULLA GESTIONE FINANZIARIA SONO CONSIDERATI RISCHI OPERATIVI.

Fonti di rischio

Se si vuole evitare i rischi se ne devono conoscere le fonti!!!!

- Sovrano;
- Di cambio;
- Legale;
-

I PROBLEMI DEL RISCHIO CREDITIZIO

Rischio delle singole attività

Rischio di un portafoglio

MISURE OGGETTIVE DI RISCHIO

LA PREISTORIA: da RISK-ADJUSTED a MARKOWITZ

- Rendimenti attesi parametrizzati in base al livello di rischio (RISK-ADJUSTED!)
- Markowitz introdusse l'uso delle distribuzioni multivariate.
- Il modello di Markowitz pone restrizioni sulle funzioni utilizzabili.

MARKOWITZ

La principale innovazione introdotta da Markowitz consiste nella misura del rischio di un portafoglio mediante la **distribuzione congiunta (multivariata) dei rendimenti di tutti i titoli.**

Le distribuzioni multivariate sono caratterizzate dalle proprietà **marginali** di tutte le variabili casuali che intervengono nella distribuzione e dalla loro struttura di **dipendenza.**

Markowitz rappresenta le prime tramite I primi due momenti delle distribuzioni univariate dei rendimenti e la struttura di dipendenza tramite il coefficiente di correlazione lineare (o di Pearson) per **ogni coppia**,₁₃

RISCHIO = VARIANZA

- ✓ Per distribuzioni ellittiche il rischio viene approssimato dalla dispersione rispetto al valore medio, ossia dalla *varianza*, ossia la media dei quadrati degli scarti tra r_i e $R_{1,t}$

$$r_i = \sum (R_{i,t} - r_i)^2 / M - 1$$

- ✓ Oppure dallo scarto quadratico medio:

$$\sigma_i = \pm \sqrt{v_i}$$

CORRELAZIONE LINEARE

La covarianza tra le variabili casuali X ed Y è:

$$\text{Cov} [X, Y] = E[X, Y] - E[X]E[Y]$$

Il coefficiente di correlazione lineare (Pearson) è dato da:

$$\rho(X, Y) = \text{Cov} [X, Y] / (\sigma_X^2 \sigma_Y^2)$$

Che misura solo la dipendenza lineare. Infatti:

$$\rho(X, Y)^2 = \{ \sigma_Y^2 - \min E[(Y - (aX+b))^2] \} / \sigma_Y^2$$

Che esprime la variazione relativa di σ_Y^2 con una regressione lineare rispetto ad X .

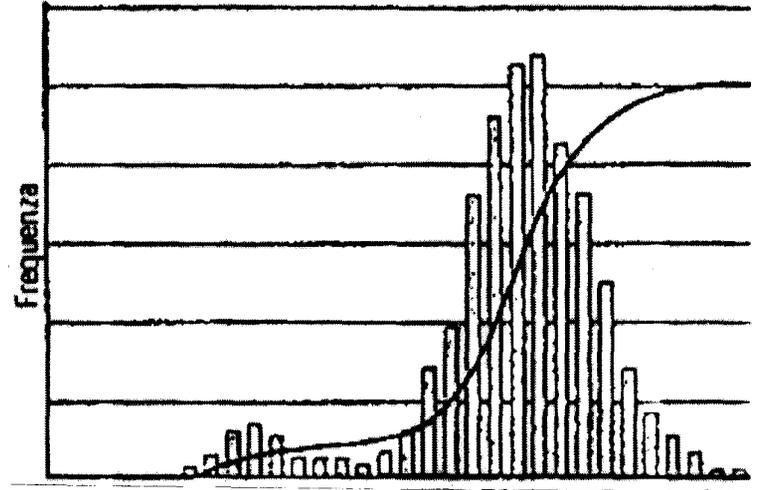
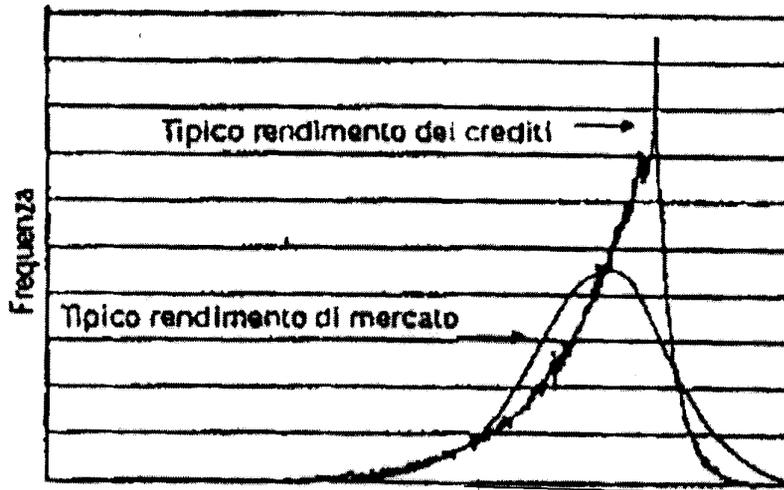
La dipendenza lineare è essenziale nel modello di portafoglio di Markowitz.

QUANDO SI PUO' USARE LA CORRELATIONE?

Solo quando la **distribuzione congiunta** è **ellittica** i.e. quando le loro superfici di equi-densità sono ellissoidi, come nel caso delle distribuzioni normali o t-Student con varianza finita.

Distribuzioni simmetriche possono essere non ellittiche. La maggior parte di distribuzioni relative a crediti o a titoli ad alto rischio non sono neppure simmetriche!

OH, HOW HORRIBLE DENSITY FUNCTIONS ARE THEY!



ENTRA IL VALUE AT RISK.

Nel 1994 fu introdotto con grande pubblicità il concetto di Value at Risk, VaR, con la finalità di rispondere ad una precisa domanda:

Quanto ci si può aspettare di perdere in un giorno, mese, anno... con una data probabilità?

Quale è la percentuale del valore dell'investimento che è a rischio?

DEFINIZIONE DI VAR

VaR_k è il k -percentile della distribuzione delle perdite, ossia è il più piccolo numero per il quale la probabilità che la perdita uguagli o superi questo numero è maggiore o uguale a k , $0 < k < 1$. Pertanto VaR_k è la perdita massima su un prefissato intervallo con un livello di confidenza k .

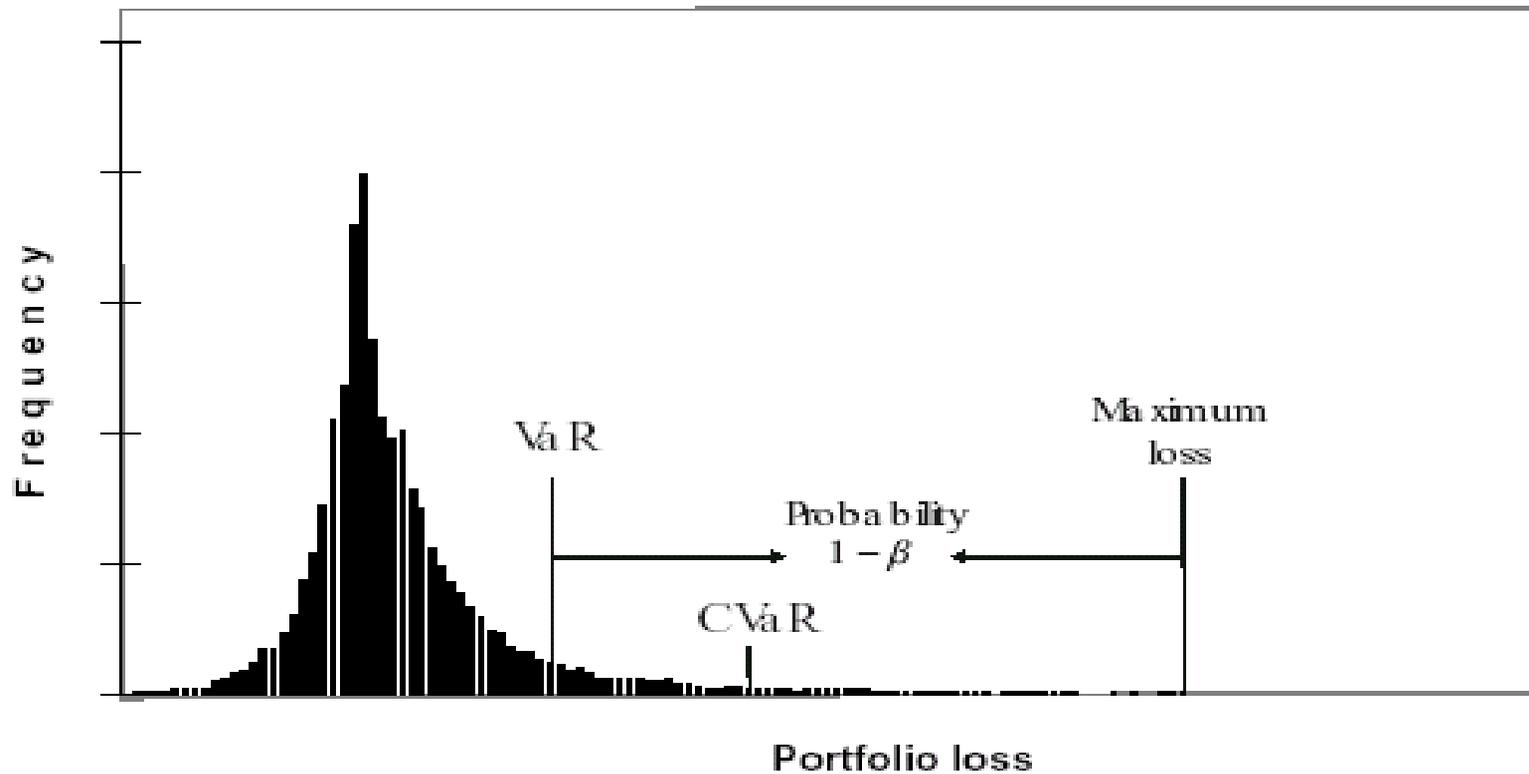
Formalmente:

$$\text{VaR}_k = -F_X^{-1}(k)$$

F_X^{-1} è l'inversa della funzione di distribuzione F_X .

La funzione di distribuzione F_X è spesso chiamata funzione Profitti e Perdite.

UNA ILLUSTRAZIONE DI VaR



COME ESSERE UNA BRAVA MISURA DI RISCHIO!

- Una misura di rischio associa un numero reale nonnegativo ad ogni distribuzione multivariata F .
- La corrispondenza $F \rightarrow R$ non può essere arbitraria, ma, come nel caso delle distanze, delle funzioni utilità o dei sistemi dinamici, deve soddisfare certe condizioni!
- Perchè una corrispondenza che soddisfa alle condizioni e pertanto può essere usata per misurare il rischio si dice **coerente**.

Com e Essere Una Brava Misura Di Rischio!

Una misura di rischio $\rho: F \rightarrow \mathbb{R}$, per ogni coppia di variabili casuali X e Y deve essere **convessa**, ossia

$$\rho(\lambda X + (1-\lambda)Y) \leq \lambda\rho(X) + (1-\lambda)\rho(Y), \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Questa condizione implica **subadditività**

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y).$$

Che deriva dalla convessità per $\lambda = 0.5$.

Com e Essere Una Brava Misura Di Rischio!

La convessità della misura di rischio è necessaria per poter costruire una frontiera dei portafogli efficienti utilizzabile mediante funzioni utilità.

La mancanza di **subadditività** porterebbe a

$$\rho(X) + \rho(Y) < \rho(X+Y)$$

Che permetterebbe una riduzione di rischio suddividendo gli investimenti in gruppi!

VaR NON E' UNA MISURA DI RISCHIO!

VaR non è subadditivo, ossia:

$$\text{VaR}_k(P_1 + P_2) > \text{VaR}_k(P_1) + \text{VaR}_k(P_2)$$

VaR_k dissuade la diversificazione!

.

MI SURE SPETTRALI DI RISCHIO.

Una misura spettrale di rischio

$M_\phi(X)$, è definita da $M_\phi(X) = -\int F_X(p)\phi(p) dp$,

dove $\phi \in L^1([0, 1])$, è una funzione peso con ϕ è
positiva, decrescente, con $\|\phi\| = 1$

ϕ misura la tolleranza individuale al rischio

ACCORDO SULL'ARMONIZZAZIONE DEL CAPITALE DEL 1988

Requisiti patrimoniali risk-adjusted.

(Fondi propri) / (0.0 dei prestiti sovrani + 0.2
interbancari + 0.5 ipotecari + 1.0 prestiti
commerciali) > 8%

Fondi propri = Capitale Azionario (Tier 1) +
Debito Subordinato (Tier 2)

Capitale Azionario > Debito Subordinato

REGOLAMENTAZIONE PRUDENZIALE IN VIGORE

CEE: coefficienti di solvibilità dir. 89/647, grandi fidi dir. 92/121.

USA: coefficienti di solvibilità e rapporto di indebitamento (*leverage ratio*):

blocco pagamento dividendi e compensi manageriali;

liquidazione dell'intermediario.

Dubbia efficacia e costi elevati

REGOLAMENTAZIONE PRUDENZIALE PROPOSTA

- ✓ 1988 scoraggia la diversificazione, penalizza le piccole imprese;
- ✓ gennaio 2001: si scopre il rating!
- ✓ ci si affida ad esso!

LA PROPOSTA DEL 2001 È BASATA SU TRE “PILASTRI”

- requisiti patrimoniali 79.999%
- disciplina di mercato 15%
- vigilanza prudenziale 5%

e.....

- qualificazione del personale 0.001%

REQUISITI PATRIMONIALI

- Trading Book 4%
- Rischi Operativi 6%
- Cartolarizzazione 8%
- Ratings e modelli di controllo dei rischi 82%

Nota. Un sondaggio effettuato dalla British Bankers Association conclude che il 67% dei dirigenti ritiene che il rischio operativo sia la fonte della maggior parte delle perdite piu' severe.

LE TECNICHE DI VALUTAZIONE E DI CONTROLLO DEL RISCHIO.

GIORGIO SZEGÖ

*Verso Basilea due:
La Misurazione dei Rischi di Credito*

Università di Macerata
8 aprile, 2003

Finanza: le 3 rivoluzioni.

1952-56 Media-Varianza (Markowitz)

1969-73 Modelli continui (Merton)

1999-03 Nuove misure di rischio

RESULTATI RECENTI

Gli ultimi 4 anni hanno visto un enorme sviluppo delle ricerche sul rischio finanziario, che hanno interessato i seguenti aspetti:

- critiche delle misure di rischio utilizzate;
- CAPM condizionale;
- definizione di misura di rischio;
- costruzione di misure (coerenti) di rischio;
- razionalizzazione dei premi assicurativi;
- “good deals”;
- uso dei processi iperbolici generalizzati
- uso di funzioni copula nello studio di co-dipendenze;
- modelli di previsione di crisi.

*ENTUSISTICA E IMMEDIATA
ACCETTAZIONE
ED
APPLICAZIONE
DEI NUOVI RISULTATI!!!?!?!?!
MA QUANDO MAI!*

- La teoria di Markowitz non fu accettata, il lavoro del '52 inizialmente non accettato dal JF. Ricordiamo che allora non solo, ma non esistevano i calcolatori, ma che nessuno aveva idea di che potessero essere. Come era possibile seriamente proporre di tradurre la scelta degli investimenti in un problema di programmazione quadratica?
- I modelli continui furono immediatamente accettati nella pratica (molto meno dal mondo accademico): negli anni '70 avevano fatto il loro ingresso i derivati finanziari ed esistevano sufficienti capacità di calcolo.
- I nuovi risultati sono stati accettati?

ACCETTAZIONE DEI NUOVI RISULTATI.

- **Si**, nelle applicazioni (Morgan Stanley).
- **No**, (dai regolatori), che fanno finta di non sentire, sottoposti a forti pressioni da parte di grandi banche USA.
- **No**, (per ora) dal vecchio establishment accademico USA.

Perché si rifiuta la novità?

- Resistenza all'innovazione per difendere l'investimento conoscitivo nelle precedenti tecniche.
- Rifiuto persino ad essere informati.
- “non è ancora nato lo statistico che si possa permettere di insegnare a me come misurare il rischio!!”
- “chi se ne frega delle code, non si hanno comunque dati sufficienti sugli eventi estremi”

Sono proprio tutte fesserie?

Mi sono posto il problema di:

- Analizzare in modo preciso questi commenti;
- Rispondere alle critiche;
- Convincere gli scettici;
- Interessare gli ignavi!!!

INIZIO LA CONTESA ATTACCANDO L'OBBIEZIONE
N.2:

- **“non è ancora nato lo statistico che si possa permettere di insegnare a me come misurare il rischio!!”**

MISURE E ASSIOMI

- Gli assiomi sono condizioni che definiscono le funzioni “misura” e che le rendono utilizzabili.

- 10

Ad esempio, **DISTANZE TRA PUNTI**

1. La distanza tra ogni coppia di punti è 0 se e solo se coincidono.
2. La distanza tra ogni coppia di punti non dipende dal loro ordine.
3. Per ogni tre punti, la distanza tra ogni coppia, non può essere maggiore della somma delle distanze tra gli altri due.

Se si tenta di misurare la distanza non una funzione priva di queste proprietà è come misurarle con un **esicico!** **LA RIPETIBILITÀ NON È GARANTITA!**

MOLTE FUNZIONI SONO OK!

Differenti funzioni possono essere utilizzate per misurare distanze:

Negli spazi ordinati (cartesiani) sia

$$\rho_o(x,y) = \max \rho_o(x,y) \{ |y_k - x_k|; 1 \leq k \leq n \}, \text{ che}$$

$$\rho(x,y) = \{ \sum (y_k - x_k)^2 \}^{1/2}$$

Misurano le distanze tra ogni coppia di punti $y_k - x_k$.

SI USI LA MISURA PREFERITA, VANNO BENE ENTRAMBE! PURTROPPO PERO' I RISULTATI NON SONO CONFRONTABILI TRA LORO!

*QUALI SONO LE PROPRIETA'
CHE DOVREBBE AVERE UNA
MISURA DI RISCHIO?*

COERENZA E RIPETIBILITA' DI
RISULTATI CON LA STESSA MISURA.

POSSIBILITA' DI CONFRONTARE I
RISULTATI OTTENUTI CON MISURE
DIVERSE.

La finanza quantitativa è la scienza dei confronti!

- Zeros con obbligazioni con cedole
- Derivati con i titoli sottostanti

*No linear relationships
between measures*

15

Nel caso delle misure di rischio?

ANCORA CONSISTENZA E RIPETIBILITA'
NELLA STESSA MISURA.

USA LA MISURA CHE PIU' TI PIACE!

POSSIBILITA' DI CONFRONTI TRA MISURE
DIVERSE?

NO E CONSEQUENTI PROBLEMI DI
REGOLAMENTAZIONE

MI SURE SPETTRALI DI RISCHIO.

Una misura spettrale di rischio

$M_\phi(X)$, è definita da $M_\phi(X) = -\int F_X(p)\phi(p) dp$,

dove $\phi \in L^1([0, 1])$, è una funzione peso con ϕ è
positiva, decrescente, con $\|\phi\| = 1$

ϕ misura la tolleranza individuale al rischio

“non è ancora nato lo statistico che si possa permettere di insegnare a me come misurare il rischio!!”

- Nessuno ti impone nulla.
- La varietà di misure di rischio è praticamente infinita
- Scegli quella dei tuoi sogni!

Spero di aver così risposto all'obiezione N.2!

Il dibattito sulla code:

L'USO DELLA CORRELAZIONE LINEARE PER DISTRIBUZIONI NON ELLITTICHE.

Il coefficiente di correlazione lineare, se usato per distribuzioni non ellittiche può produrre risultati errati.

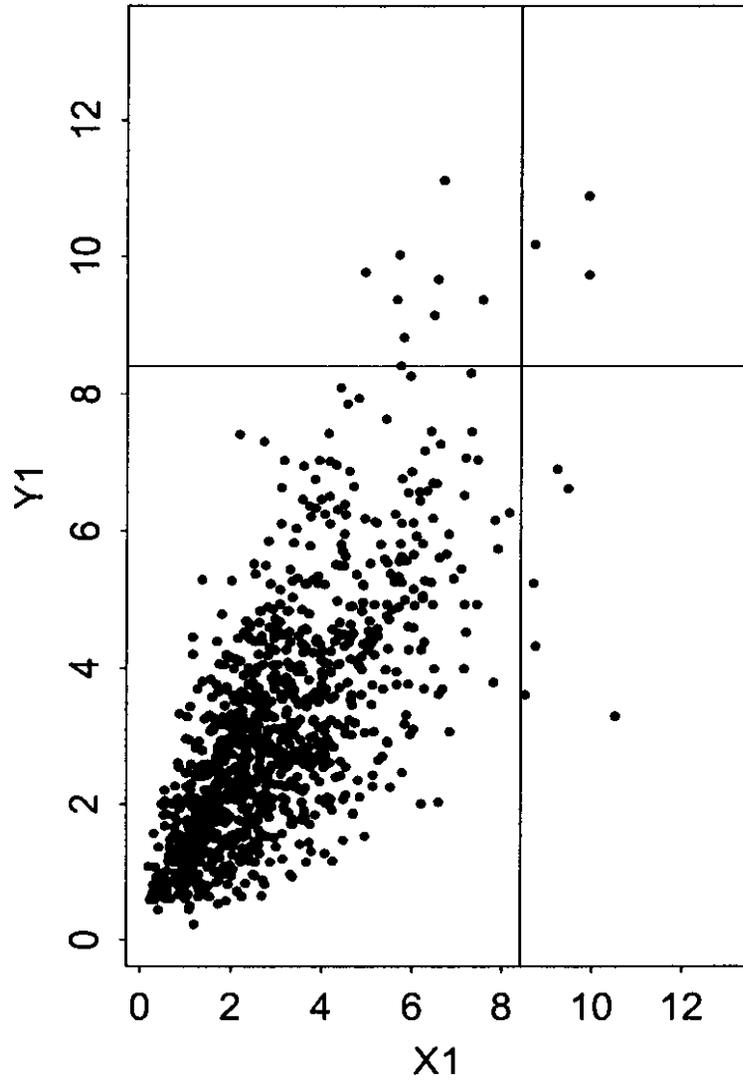
Il concetto di “errato” deve essere ben specificato e richiede un accordo su una misura esatta di co-dipendenza:

In assenza di ciò si deve ricorrere alla simulazione.

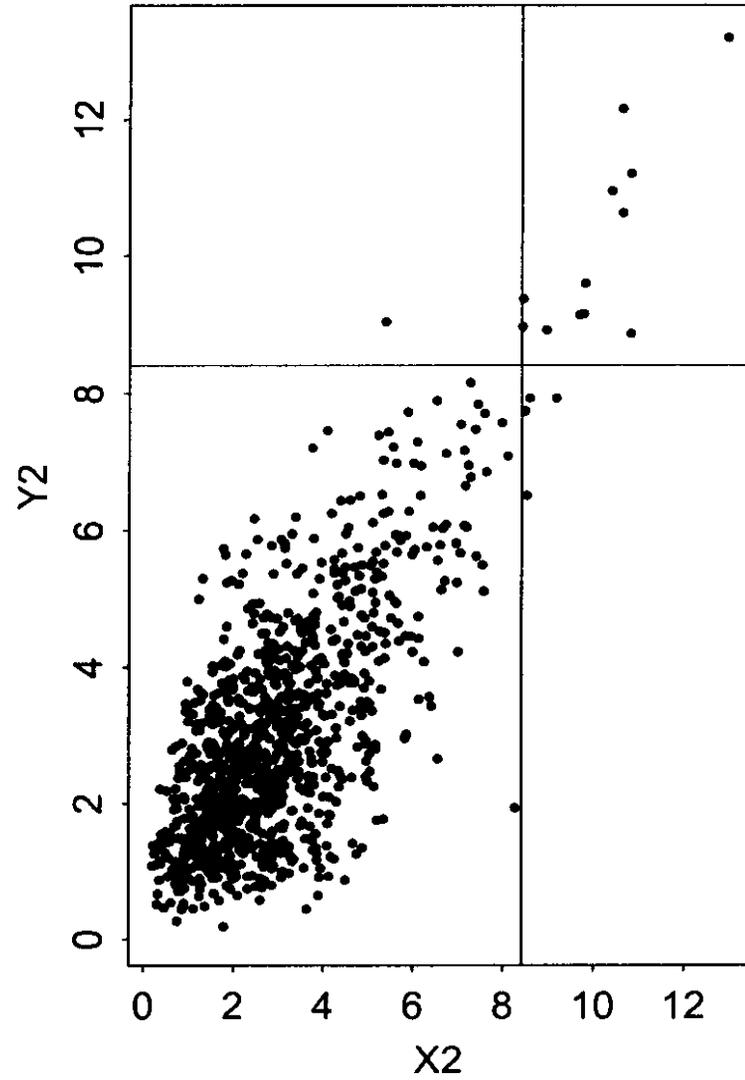
La simulazione ha messo in luce che la varianza, se utilizzata nel caso di distribuzioni non ellittiche, sottostima drasticamente le perdite estreme..

GAUSSIAN VS. GUMBEL

Gaussian



Gumbel



NON CI SONO DATI SULLE CODE E PERTANTO PERCHE' PREOCCUPARSI?

QUESTA E' L'OBIEZIONE PIU' DIFFICILE DA
CONFUTARE.

ESISTE UN RISULTATO DI ACERBI CHE
DIMOSTRA PERO' CHE MISURE COERENTI DI
RISCHIO COME C-VAR NEL CASO DI
DISTRIBUZIONI CON CODE, SONO MOLTO
PIU' STABILI DEL VAR!

SI COSTRUISCA UN TEST SIGNIFICATIVO.

MOLTI RISULTATI HANNO DIMOSTRATO CHE LA
MANCANZA DI:

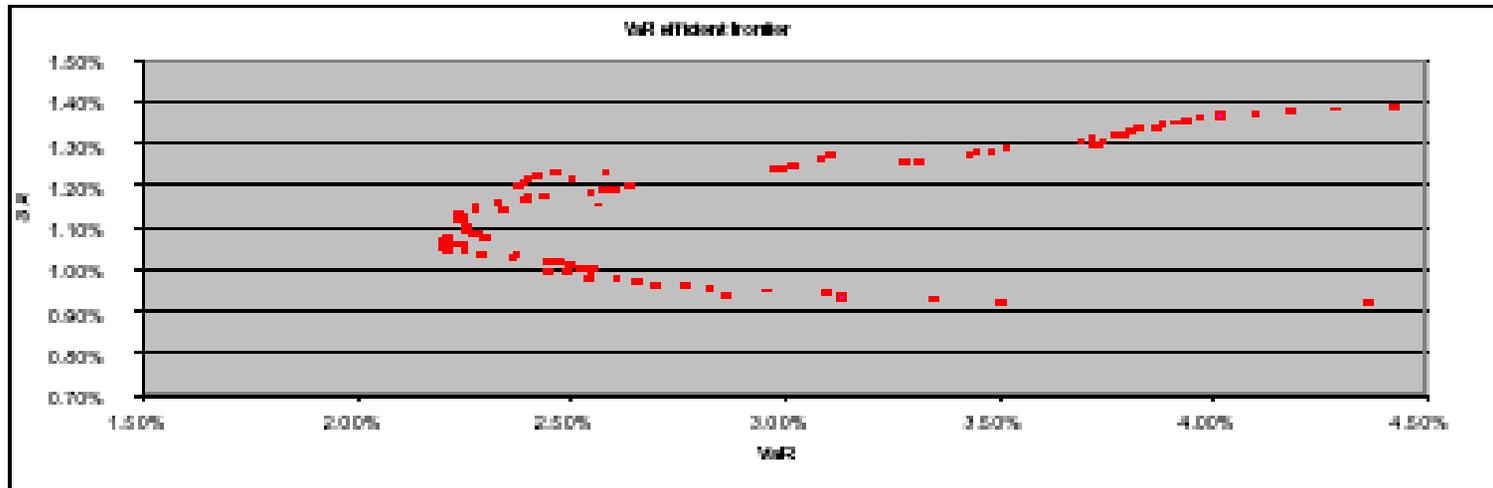
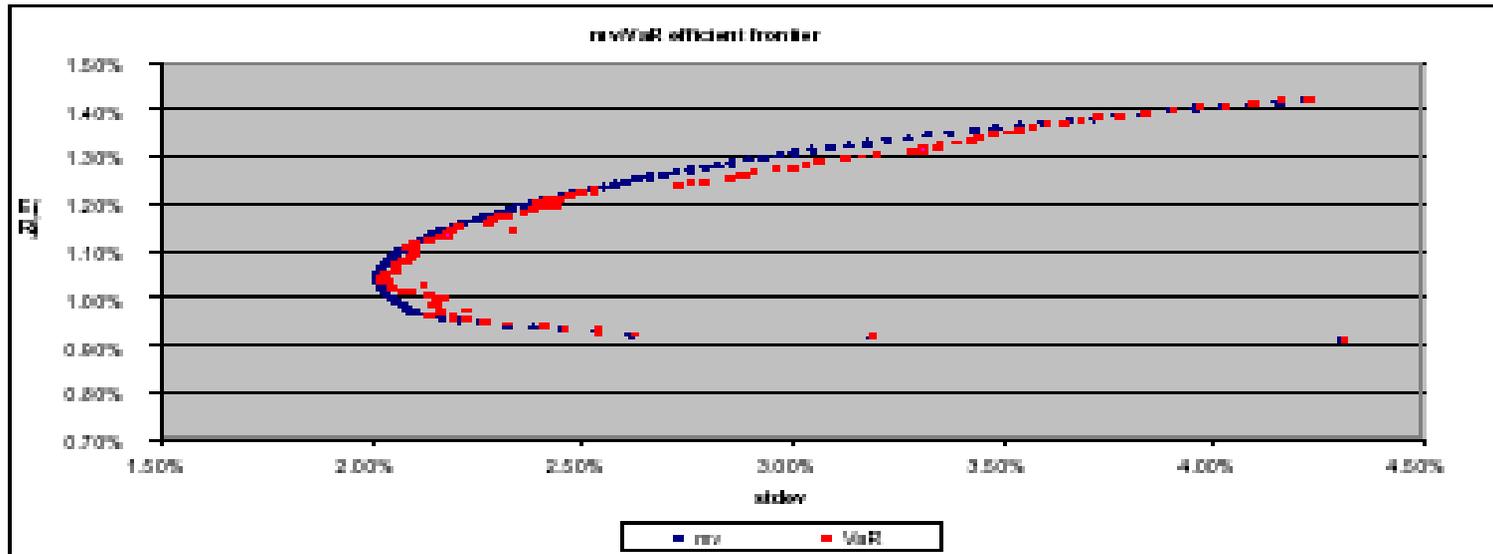
CONVESSITA' NON PERMETTE DI
DETERMINARE PRORTAFOGLI,

SUBADDITIVITA' PERMETTE DI FALSARE IL
LIVELLO DI RISCHIO.

*Far vedere quanto si potrebbe perdere in termini
monetari usando una non-misura di rischio nella
costruzione di un portafoglio.*

Efficient frontiers.

Mean-VaR versus mean-variance model. Trial solution [.25 .25 .25 .25]. For the Mean-VaR model, we computed the standard deviation of the Mean-VaR efficient portfolios and plotted the corresponding points in (E, σ) -space.



Efficient frontiers

Mean-VaR versus mean-variance model. Trial solution [.33 .33 .33 .01]. For the Mean-VaR model, we computed the standard deviation of the Mean-VaR efficient portfolios and plotted the corresponding points in (E, σ) -space.

